

Equations différentielles

Denis Vekemans *

Exercice 1 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : x \ln(x)y' = (3 \ln(x) + 1)y.$$

Résoudre le problème de Cauchy qui associe (E) et la condition $f(x_0) = y_0$.

Exercice 2 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : (1 + x^2)^2 y' + 2xy = xe^{\frac{1}{1+x^2}}.$$

Résoudre le problème de Cauchy qui associe (E) et la condition $f(x_0) = y_0$.

Exercice 3 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : y' + \cos(x)y = \frac{1}{2} \sin(2x).$$

Résoudre le problème de Cauchy qui associe (E) et la condition $f(x_0) = y_0$.

Exercice 4 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : y'' + 3y' + 2y = \frac{x-1}{x^2} e^{-x}.$$

Résoudre le problème de Cauchy qui associe (E) et la double-condition $f(x_0) = y_0$; $f'(x_0) = y'_0$.

Exercice 5 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : y'' + 2y' + 5y = 8\text{sh}(x).$$

Exercice 6 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : y'' - 4y' + 3y = 6x + 1 + 4e^x + 7e^{-x}.$$

*Laboratoire de mathématiques pures et appliquées Joseph Liouville ; 50, rue Ferdinand Buisson BP 699 ; 62 228 Calais cedex ; France

Exercice 7 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : y'' - 2y' + y = (x^2 + 1)e^x.$$

Exercice 8 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : x^2y'' + 3xy' + 5y = 0.$$

Exercice 9 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : x^2y'' - 2xy' + 2y = 2(1 + x^3 \sin(x)).$$

Exercice 10 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : x = y' + \sin(y').$$

Résoudre le problème de Cauchy qui associe (E) et la condition $f(x_0) = y_0$.

Exercice 11 Intégrer l'équation différentielle

$$(E) : x^2 + xy + y^2 - x^2y' = 0.$$

Résoudre le problème de Cauchy qui associe (E) et la condition $f(x_0) = y_0$.

Exercice 12 Ramener l'étude de l'équation différentielle

$$(E) : y' = \frac{3x + y + 4}{x + 9y - 16}$$

à un équation différentielle homogène par un changement de variable $x_1 = x + \alpha$; $y_1 = y + \beta$. Intégrer l'équation différentielle (E).

Exercice 13 Déterminer $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, f de classe \mathcal{C}^1 , telle que

$$\forall x \in \mathbb{R}, f'(x) = f(1 - x).$$

Exercice 14 Résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} x'(t) = y(t) + t^2 \\ y'(t) = x(t) - t^2 \end{cases}$$

Exercice 15 Résoudre le système différentiel

$$\begin{cases} x'(t) = -7x(t) + y(t) + 1 \\ y'(t) = -2x(t) - 5y(t) \end{cases}$$

Références

- [1] M. Messeri, *Exercices de mathématiques. 2. Analyse I*, Belin, Collection DIA, 1987.
- [2] D. Duverney, S. Heumez, G. Huvent, *Toutes les mathématiques. Cours. Exercices corrigés. MPSI, PCSI, PTSI, TSI.*, Ellipses, 2004.