

# *Algèbre*

## *Relations d'équivalence*

Denis Vekemans \*

**Solution 5** Donc,  $x \mathcal{R} y$  implique que  $y \mathcal{R} x$ , par symétrie, et comme  $(x \mathcal{R} y) \wedge (y \mathcal{R} x)$ , cela induit que  $x \mathcal{R} x$ , par transitivité ...

Oui, mais il n'est pas dit que tout  $x$  peut être mis en relation avec un certain  $y$ . Voici pour l'erreur, mais l'exemple suivant peut clarifier les choses ...

Soit la relation  $\mathcal{R}$  définie par

$$x \mathcal{R} y \iff (x = y) \wedge (x \geq 0) \wedge (y \geq 0).$$

Il ne s'agit pas d'une relation d'équivalence car  $\mathcal{R}$  n'est pas *réflexive* (en effet,  $-1$  et  $-1$  ne peuvent être liés par  $\mathcal{R}$  vu qu'ils ne sont pas positifs au sens large).

---

\*Laboratoire de mathématiques pures et appliquées Joseph Liouville ; 50, rue Ferdinand Buisson BP 699 ; 62 228 Calais cedex ; France