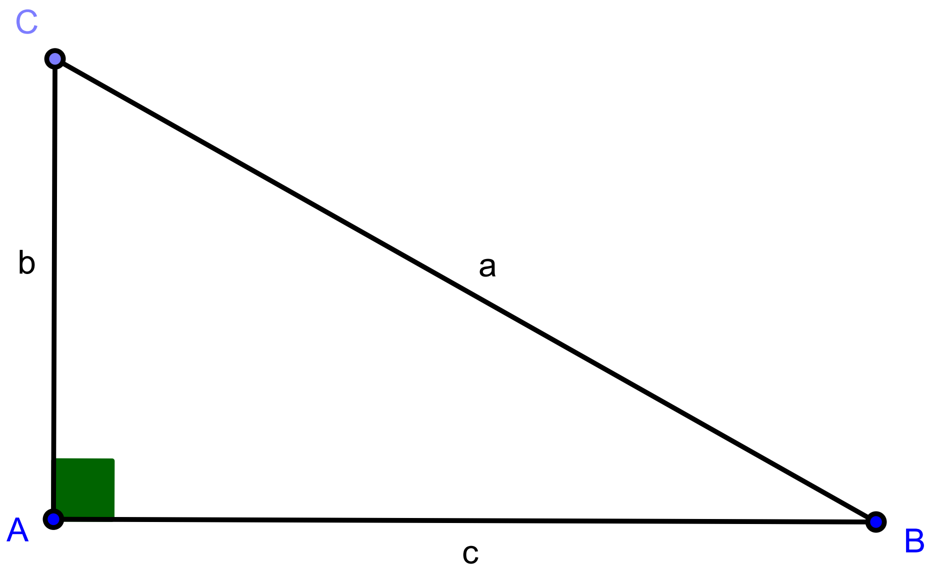
Formules de trigonométrie

Denis Vekemans [*]



Le triangle ABC est supposé rectangle en A.

Notons $\widehat{B} = \widehat{ABC}$ l'angle en B du triangle ABC.

Pour cet angle en B, on nomme

— AB le côté adjacent ;

— AC le côté opposé ;

— et BC l'hypothénuse.

On définit ensuite le cosinus de l'angle en B que l'on note $\cos(\widehat{B})$ comme étant

$$\cos(\widehat{B}) = \frac{AB}{BC} = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypothénuse}}.$$

De même, on définit le sinus de l'angle en B que l'on note $\sin(\widehat{B})$ comme étant

$$\sin(\widehat{B}) = \frac{AC}{BC} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypothénuse}}.$$

Tels que définis ici, les cosinus et sinus d'un angle sont des nombres réels compris entre 0 et 1.

On peut aussi définir la tangente de l'angle en B que l'on note $\tan(\widehat{B})$ comme étant

$$\tan(\widehat{B}) = \frac{AC}{AB} = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}}.$$

[*]Laboratoire de mathématiques pures et appliquées Joseph Liouville ; 50, rue Ferdinand Buisson BP 699 ; 62 228 Calais cedex ; France

1 Théorème d'Al-Kashi ou Loi des cosinus

Dans un triangle ABC quelconque (pas nécessairement rectangle comme auparavant), on a

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2 \times AB \times AC \times \cos(\widehat{BAC}).$$

Ainsi, de la connaissance des longueurs des côtés d'un triangle, on peut déduire les cosinus de chacun des angles (et par conséquent les angles, soit par lecture inverse de la table des cosinus, soit par utilisation de la touche $\cos^{-1}$ d'une calculatrice) de ce triangle.

Remarque. Dans le cas particullier où l'angle $\widehat{BAC}$ est droit, $\cos(\widehat{BAC}) = 0$ et on obtient $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (théorème de Pythagore).