

## Sujet de Lille, 1999.

### Réponses

1a) Donnez **trois** stratégies de résolution que les enfants peuvent essayer de mettre en oeuvre à cette époque de l'année pour résoudre le problème posé.

A. Des procédures de dénombrement ...

Aa) par comptage un à un des deux collections puis en comparant les nombres associés aux cardinaux des collections. L'élève doit pouvoir compter jusque 60 (environ) et organiser son comptage pour s'assurer de ne pas oublier d'objet ou encore ne pas compter deux fois le même objet. Ensuite, il doit être capable de comparer des entiers naturels, soit directement, soit en utilisant un support comme la bande numérique. Cette procédure est difficile pour des élèves de CP qui ne maîtrisent probablement pas la comptine jusque 60.

Ab) par comptage en utilisant des paquets puis en comparant les cardinaux des collections donnés sous forme de paquets. En prenant l'exemple des paquets de 5, l'élève doit, pour chacune des collections, constituer le maximum de paquets de 5 puis pouvoir comparer les cardinaux des collections en comparant d'abord le nombre de paquets de 5, puis le nombre d'objets restants (si nécessaire). Il est peu probable que les élèves de CP soient à même de procéder ainsi à cette période de l'année.

B. Des procédures par mise en correspondance des deux collections ...

Ba) terme à terme. L'élève doit pouvoir mettre en correspondance une bûchette et un cube jusqu'à épuisement de l'une des deux collections, la collection la plus importante (en cardinalité) étant celle qui n'a pas pu être épuisée (évidemment si les collections de départ ne sont pas équipotentes). La mise en correspondance peut, par exemple, être exécutée de part et d'autre du trait, en vis à vis, un à un ou encore par des actions simultanées des enfants sur chacune des deux collections. Cette procédure est probable et, étant sûre, devrait occasionner peu d'erreur.

Bb) paquet par paquet (les paquets n'ont pas besoin d'être équipotents). L'élève met en correspondance un même nombre de bûchettes que de cubes, et recommence jusqu'à épuisement de l'une des deux collections, la collection la plus importante (en cardinalité) étant celle qui n'a pas pu être épuisée (évidemment si les collections de départ ne sont pas équipotentes). La mise en correspondance peut par exemple être exécutée de part et d'autre du trait, en vis à vis, paquet par paquet ou encore par des actions simultanées des enfants sur chacune des deux collections. Cette procédure est probable et, étant sûre, devrait occasionner peu d'erreur. De plus, c'est la procédure visée par le maître.

1b) Identifiez **trois** des variables didactiques de la situation, et expliquez les choix faits par le maître en fonction de son attention.

La taille relative des deux collections. Lorsque les collections ont des effectifs fort distincts, la perception visuelle peut suffire pour conclure. Le maître, en proposant deux collections contenant une soixantaine d'objets, évite le recours à la perception visuelle [la perception visuelle n'est pas la procédure visée].

Le nombre d'objet de chacune des collections. Plus la taille des collections est grande, plus le comptage est difficile. Le maître a ici proposé des collections contenant une soixantaine d'objets rendant le comptage difficile [le comptage n'est pas la procédure visée] (la comptine numérique est encore en cours d'acquisition par la majorité des élèves de CP à cette époque de l'année).

La possibilité de manipuler simultanément les deux collections. Sans pouvoir manipuler simultanément les collections, l'élève aurait plutôt besoin de passer par une procédure de dénombrement (codage de la quantité d'éléments dans la collection). Le maître a ici permis

le déplacement des objets collectés et donc permis les procédures par correspondance [dont la procédure par mise en correspondance des paquets qui est visée].

1c) Proposez une gestion possible de la séance en distinguant les étapes essentielles que vous envisagez et en indiquant les interventions éventuelles du maître.

Première phase (individuelle) : d'appropriation du problème. L'élève prend conscience des consignes. Le maître doit laisser suffisamment de temps aux élèves pour qu'ils puissent comprendre les consignes. Si nécessaire, il soulignera les mots importants de la consigne.

Deuxième phase (par groupes de quatre) : d'action. Dans cette phase, les élèves vont ébaucher diverses procédures pour tenter de répondre au problème posé. Le maître doit circuler dans les groupes afin de repérer les diverses procédures apportées par les élèves.

Troisième phase (un représentant par groupe de quatre) : de confrontation. Dans cette phase, chaque groupe va proposer la procédure qu'il a retenue. Chaque élève est alors incité à confronter les diverses propositions. Le maître doit surtout permettre à chacun des groupes de proposer sa solution, sans commenter.

Quatrième phase (discussion menée avec la classe) : de conclusion. Le maître mène la discussion en espérant que la solution attendue soit proposée par les élèves. Le maître va également comparer les diverses procédures avancées pour que tous les élèves puissent être convaincus par le fait que la mise en correspondance par paquets est ici la meilleure procédure. Une trace écrite pourra finaliser la séance.

2a) Quelle difficulté spécifique présente cette activité par rapport à l'activité précédente ?

Les élèves ne peuvent plus manipuler les collections. Par conséquent, ils doivent pouvoir matérialiser les correspondances (par des traits, ...) et les groupes (en les entourant ou en leur attribuant un code couleur, ...). Le travail écrit requiert de l'organisation (choisir le nombre d'objets à grouper, ...).

2b) Par rapport aux objectifs du maître, l'exercice d'évaluation proposé vous paraît-il bien conçu ? Développez deux arguments en référence au document.

#### Arguments pour ...

Les effectifs dans chacune des collections sont suffisamment proches pour ne pas permettre la résolution par perception visuelle.

La disposition spatiale des poissons rend difficile la correspondance terme à terme.

La disposition spatiale des bocaux induit les groupements, que ce soit en ligne, ou en colonne.

Comme dans l'exemple précédent, les collections sont séparées par un trait, le but est de comparer des collections, ...

#### Arguments contre ...

Les objets ne sont plus manipulables et l'espace pour gérer la matérialisation est assez restreint.

La disposition spatiale des bocaux rend facile le dénombrement.

La formulation de la consigne "chaque poisson aura son bocal" induit la correspondance terme à terme.

2c) Donner sur les feuilles annexe à rendre avec la copie deux exemples de productions **correspondant aux attentes du maître**. Justifiez brièvement en quoi elles sont conformes à l'attente du maître et en quoi elles diffèrent l'une de l'autre.

Il faut évidemment présenter des copies mettant en oeuvre la correspondance paquet à paquet.

Première copie ... Travail initial en colonne sur les bocaux : on entoure 10 bocaux (première colonne) verticalement qu'on lie avec 10 poissons ; on entoure 10 bocaux (deuxième

colonne) verticalement qu'on lie avec 10 poissons ; on entoure 10 bocaux (troisième colonne) verticalement qu'on lie avec 10 poissons ; on entoure les 4 derniers bocaux qu'on lie avec 4 poissons. Il reste alors 2 poissons. Pour que chaque poisson ait son bocal, il faut donc rajouter deux bocaux.

NB : On pouvait aussi travailler sur les bocaux en ligne.

Deuxième copie ... Travail initial sur les poissons : on entoure 6 poissons (relativement bien groupés ; premier paquet) qu'on lie avec 6 bocaux ; on entoure 6 poissons (relativement bien groupés ; deuxième paquet) qu'on lie avec 6 bocaux ; on entoure 6 poissons (relativement bien groupés ; troisième paquet) qu'on lie avec 6 bocaux ; on entoure 6 poissons (relativement bien groupés ; quatrième paquet) qu'on lie avec 6 bocaux ; on entoure 6 poissons (relativement bien groupés ; cinquième paquet) qu'on lie avec 6 bocaux ; on entoure 6 poissons (les 6 derniers ; sixième paquet) et pour les lier avec 6 bocaux, on rajoute les 2 bocaux qui manquent.

La différence principale entre les deux procédures est que la première se base sur un groupement des bocaux (induit par la disposition de ceux-ci), alors que la deuxième se fonde sur un groupement (systématique) des poissons par paquets équipotents (et où, par bonheur, il n'y a pas de reste à gérer).

3a) Proposez l'une des solutions que le maître attend des élèves.

Lors de cette deuxième partie, les élèves de CP ont eu le temps de travailler sur la numération : ils ont sûrement déjà vu le découpage d'un nombre par "unités" et "dizaines" (et pourquoi pas par "unités", "dizaines" et "centaines").

Ils doivent ici coder les quantités d'objets dans chacune des collections car les deux collections ne sont plus simultanément visibles ...

Exemple, pour 121 bâchettes et 125 cubes : ils codent le cardinal des bâchettes par 12 dizaines et 1 unité, puis codent le cardinal des cubes par 12 dizaines et 5 unités ; ils comparent d'abord les dizaines, qui sont égales puis sont amenés à comparer les unités qui sont à l'avantage des cubes pour conclure qu'il y a plus de cubes que de bâchettes.

Exemple, pour 131 bâchettes et 125 cubes : ils codent le cardinal des bâchettes par 13 dizaines et 1 unité, puis codent le cardinal des cubes par 12 dizaines et 5 unités ; ils comparent d'abord les dizaines, qui sont à l'avantage des bâchettes pour conclure qu'il y a plus de bâchettes que de cubes.

3b) Quelles nouvelles compétences (par rapport aux activités précédentes) sont travaillées dans cette activité ? Argumentez votre réponse en référence à l'activité.

Dans cette deuxième partie, les élèves de CP ont eu le temps de travailler sur la numération : ils ont sûrement déjà vu le découpage d'un nombre par "unités" et "dizaines" (et pourquoi pas par "unités", "dizaines" et "centaines").

Ils doivent ici coder les quantités d'objets (nombre de dizaines et unités, la base 10 étant privilégiée) dans chacune des collections car les deux collections ne sont plus simultanément visibles ... Ensuite, ils doivent pouvoir raisonner sur les codages écrits (ou mentalisés) pour comparer les deux cardinaux.